

**Nejistoty**

# Účel

- Zjištění **intervalu** hodnot **okolo výsledku měření**, který lze přiřadit k hodnotě měřené veličiny
- Nejčastěji  $X \pm \Delta X$  [%]       $X \pm U$        $X \pm U$  [%]
- V roce **1990** byl vydán dokument **WECC 19/90**, který představoval jeden z prvních jednotících předpisů pro nejistoty, závazný pro akreditované laboratoře v rámci organizace WECC (Západoevropského kalibračního sdružení)
- Krátce poté je již výsledek bez uvedené nejistoty považován za naprosto nedostačující
- Nejistota **X** neurčitost

# Detailní porozumění podstatě měření

- Znalost metody měření, metodika měření musí být schopna popsat vlastní průběh měření
- Někdy zdánlivé jednoduché měření vyžaduje velice komplikovanou metodiku a vazby ovlivňujících veličin se nemusí podařit přesně popsat
- Schopnost rozhodnout, jaké vlivy mohou působit v průběhu měření jako zdroje nejistoty a ovlivnit výsledek
- Metodika měření musí být schopna popsat jak se do výsledku promítají ovlivňující vlivy z okolí, které představují jednotlivé zdroje výsledné nejistoty
- Často je nutné se uchýlit k odhadům na základě zkušeností, nebo dostupných informací z literatury, dřívějších měření a podobných zdrojů

# Dělení typu nejistot

- Z matematické statistiky byla jako míra nejistoty zvolena směrodatná odchylka příslušného rozdělení pravděpodobnosti pro jednotlivé zdroje nejistot
- *Nejistota typu A* -  $u_A$
- *Nejistota typu B* -  $u_B$
- Nejistotu **typu A** je stanovena výpočtem z opakované provedených měření dané veličiny
- Pro složky nejistoty **typu B** platí, že jsou stanoveny jinak než opakovaným měřením

# Výpočet nejistoty typu A

- Nejistota **typu A** je směrodatná odchylka výběrových průměrů = výběrová směrodatná odchylka  $/\sqrt{n}$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad u_A = s_{\bar{x}} = s_x \cdot 1/\sqrt{n} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Horák, Z.: Praktická fyzika. SNTL Praha, 1958

Předpokládá se provedení alespoň 10 odečtů, ze kterých je nejistota **typu A** vypočtena, jinak

$$u_A = k_s \cdot s_{\bar{x}}$$

## Opravné koeficienty

<b>n</b>	9	8	7	6	5	4	3	2
<b>k<sub>s</sub></b>	1,2	1,2	1,3	1,3	1,4	1,7	2,3	7,0

# Možné zdroje nejistot typu B

- **Vlivy vázané na použité přístroje, etalony a vybavení** (kalibrace, stabilita přístrojů, tření v přístrojích, rozlišitelnost odečtu z přístrojů)
- **Vlivy metody** (ztráty, interakce s měřeným předmětem, nepřesnost použitých konstant, vlastní ohřev, odvod či přestup tepla)
- **Vlivy operátora** (nedodržení metodik, elektrostatické pole, tepelné vyzařování)
- **Vlivy okolního prostředí a jejich změny** (tlak, změna tlaku, relativní vlhkost, osvětlení, čistota prostředí, ovzduší, zemní smyčky)
- **Ostatní vlivy** (náhodné omyly při odečtech nebo zápisu hodnot, globální vlivy - vliv Měsíce, vlivy ročních období, vlivy denní doby)

# Postup při určování nejistot typu B

- Vytipují se možné zdroje nejistot  $Z_1, Z_2 \dots Z_n$ .
- Určí se standardní nejistoty typu B tj.  $U_{B,Z}$  každého zdroje nejistot (převzetím hodnot z technické dokumentace /kal.listy, technické normy, údaje výrobce ... /, nebo odhadem)

## Postup

- Odhadne se maximální rozsah změn  $\pm \Delta z_{\max}$  (např. od měřené hodnoty)
- Velikost  $\Delta z_{\max}$  se volí tak, aby její překročení bylo málo pravděpodobné
- Uváží se které rozdělení pravděpodobností nejlépe vystihuje výskyt hodnot v intervalu  $\pm \Delta z_{\max}$  a z tabulky rozdělení pravděpodobností odečteme konstantu  $\chi$ . Tato konstanta udává poměr maximální hodnoty  $\Delta z_{\max}$  ku směrodatné odchylce normálního rozdělení

# Celková nejistota typu B

Určí se nejistoty **typu B** z jednotlivých zdrojů  $Z_j$  ze vztahu

$$u_{B,Z} = \frac{\Delta z_{\max}}{\chi}$$

Celková nejistota **typu B** je dána geometrickým průměrem nejistot jednotlivých zdrojů

$$u_B = \sqrt{\sum u_{B,Z}^2}$$



# Kombinovaná standardní nejistota

Kombinovaná standardní nejistota výsledku měření  $u$  je geometrickým průměrem nejistoty typu A a nejistoty typu B

$$U = \sqrt{u_A^2 + u_B^2}$$

Standardní kombinovaná nejistota  $U$  je určena s pravděpodobností  $P = 68 \%$

# Rozšířená standardní nejistota U

Pro jinou pravděpodobnost než 68 % se nejistota přepočte vynásobením koeficientem rozšíření **k** zvoleným dle tabulky "Koeficienty rozšíření"

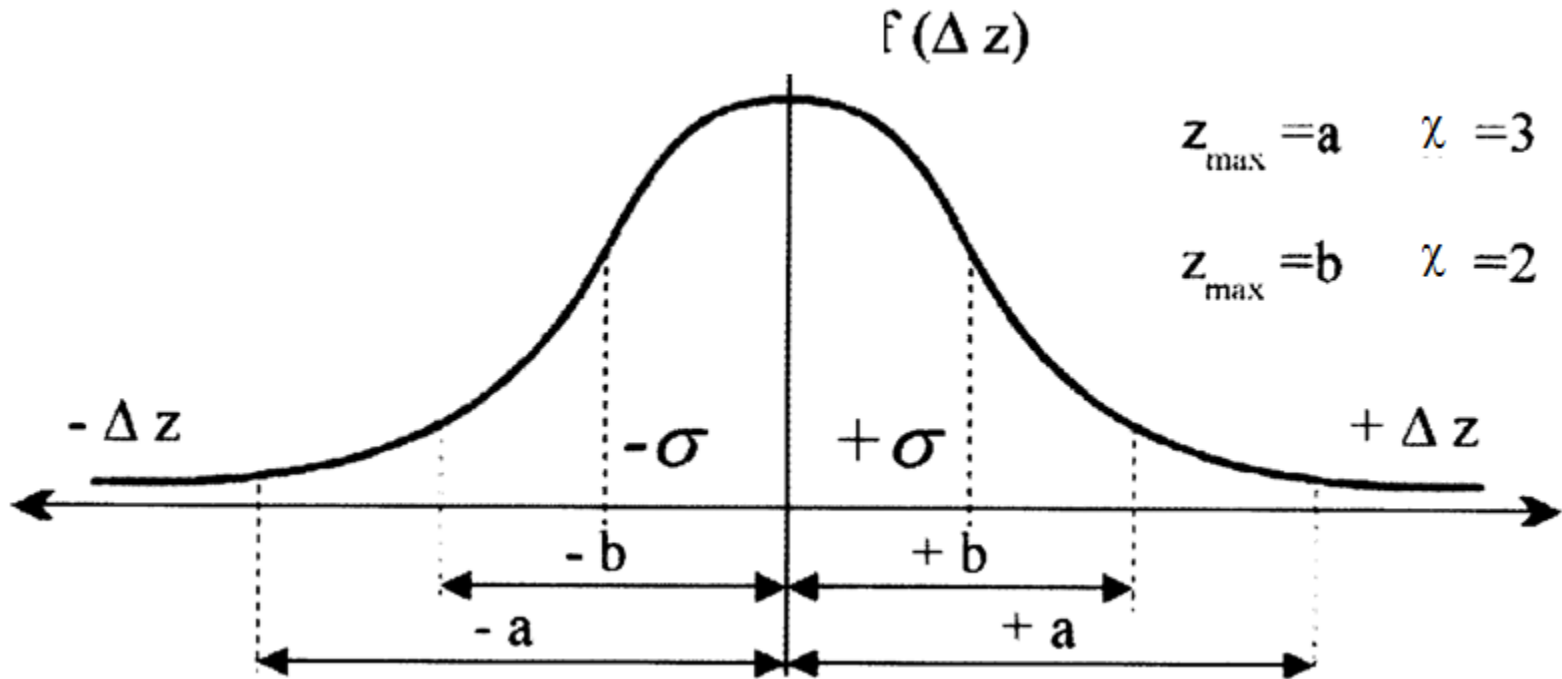
$$U = k \times u \quad U, U_b, U_a$$

## Koeficienty rozšíření

	Koeficient rozšíření <b>k</b>	Pravděpodobnost <b>P</b>
<b>U</b>	<b>1</b>	<b>68 %</b>
<b>U<sub>b</sub></b>	<b>2</b>	<b>95 %</b>
	<b>2,58</b>	<b>99 %</b>
<b>U<sub>a</sub></b>	<b>3</b>	<b>99,7 %</b>

**V praxi** se uvádí nejistota výsledku měření rozšířená koef. rozšíření **k = 2**, což pro normální rozdělení odpovídá pravděpodobnosti pokrytí asi **95 %**

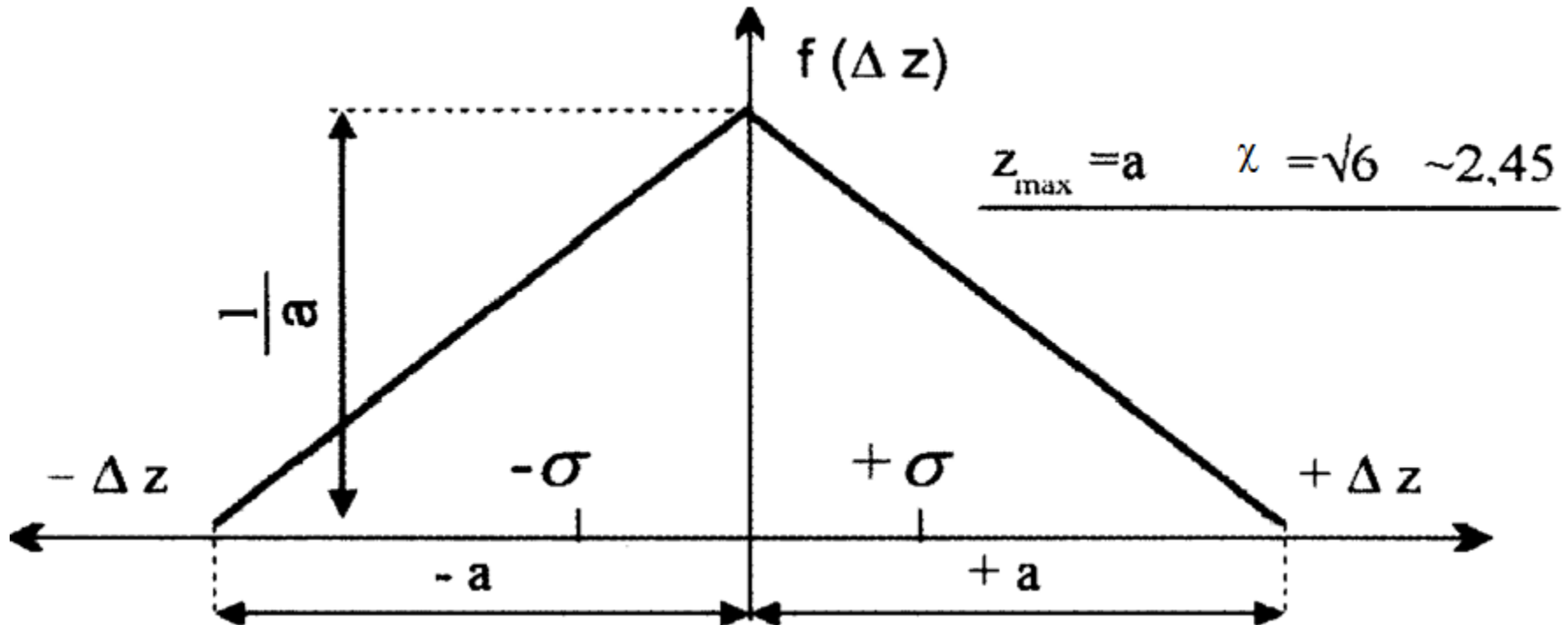
# Případy standardní a rozšířené nejistoty



## Normální (Gaussovo) rozdělení

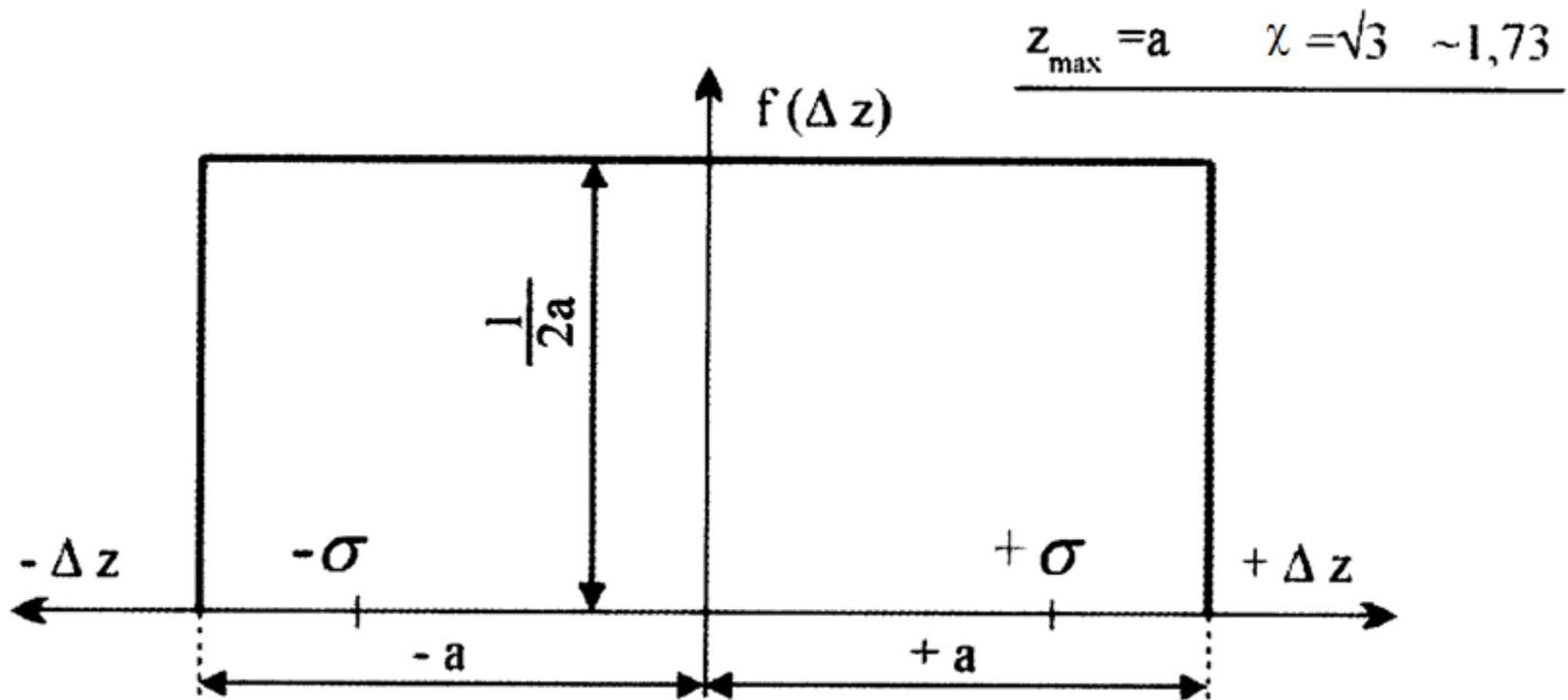
- pásmo  $\pm\sigma$  představuje standardní nejistotu pro  $k = 1$
- pásmo  $\pm b$  představuje rozšířenou nejistotu pro  $k = 2$
- pásmo  $\pm a$  představuje rozšířenou nejistotu pro  $k = 3$

# Případy standardní a rozšířené nejistoty



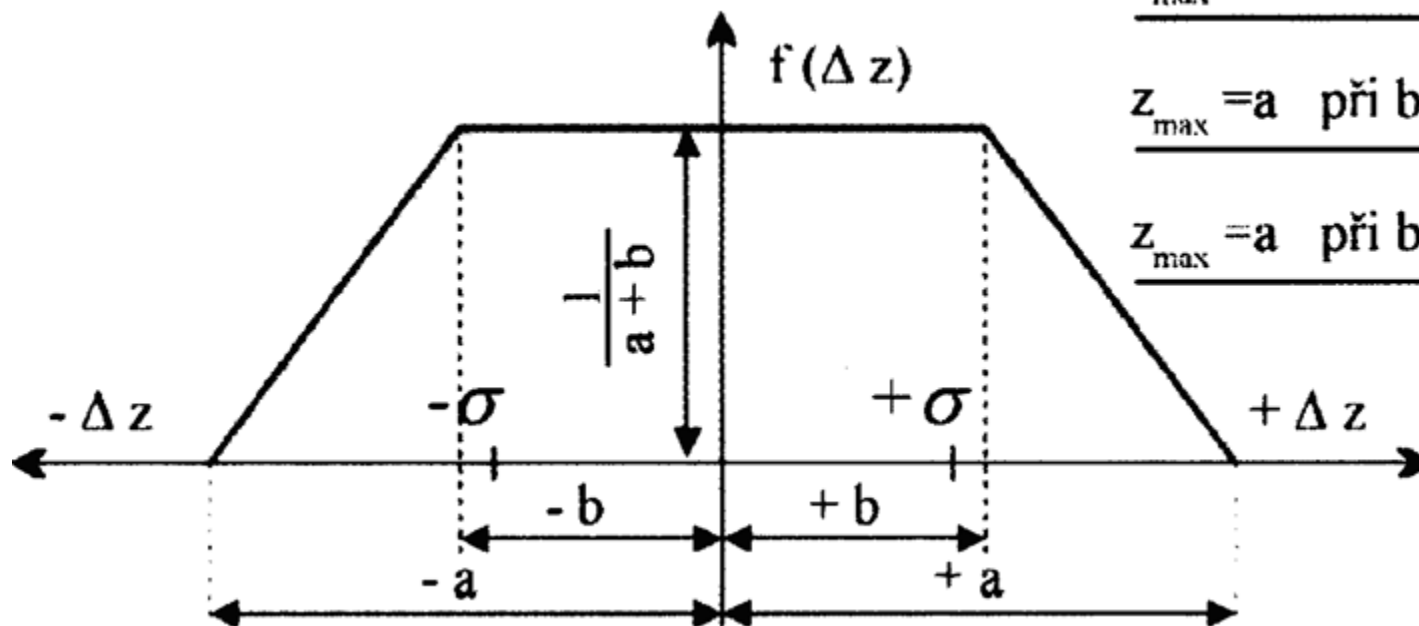
*Trojúhelníkové (Simpsonovo) rozdělení*

# Případy standardní a rozšířené nejistoty



*Rovnoměrné (pravoúhlé) rozdělení*

# Případy standardní a rozšířené nejistoty



$$\underline{z_{\max} = a \text{ při } b=a/3 \quad \chi \sim 2,32}$$

$$\underline{z_{\max} = a \text{ při } b=a/2 \quad \chi \sim 2,19}$$

$$\underline{z_{\max} = a \text{ při } b=2a/3 \quad \chi \sim 2,04}$$

*Lichoběžníkové rozdělení*

**Příklad**

# Měrný profil: mlýnský náhon Dyjákovice

## Vstupní hodnoty:

**bodové rychlosti - u**

**vypočtené středních svislicové rychlosti -  $v_s$**

**vypočtené průtoky - Q**

n	Bodové rychlosti u [m/s]			Stř. svis. r. $v_s$ [m/s] $0,25u_1+0,5u_2+0,25u_3$
	svislice 1			
	1	2	3	
1	0.196	0.281	0.234	0.248
2	0.137	0.223	0.220	0.201
3	0.182	0.261	0.203	0.227
4	0.172	0.230	0.244	0.219
5	0.200	0.281	0.251	0.253
6	0.231	0.257	0.203	0.237
7	0.210	0.182	0.213	0.197
8	0.172	0.161	0.230	0.181

Průtok	
n	Q [m <sup>3</sup> /s]
1	1.855
2	1.827
3	1.807
4	1.780
5	1.926
6	1.890
7	1.802
8	1.819

- 5 svislic umístěných v měrném profilu.
- 8 opakování měření.



# Standardní a rozšířené nejistoty měření $U_A$

		<i>Bodové rychlosti na svislici</i>					<i>Střední svislicová rychlost</i>					<i>Průtok Q</i>									
				Standardní nejistota		Rozšířené nejistoty $\pm a, \pm b$			Standardní nejistota		Rozšířené nejistoty $\pm a, \pm b$					Standardní nejistota			Rozšířené nejistoty $\pm a, \pm b$		
Svislice	Body	$\mu(u)$ [m/s]	$\sigma(u)$ [m/s]	$U_A$ [m/s]	$2U_A$	$3U_A$	$\mu(v_s)$ [m/s]	$\sigma(v_s)$ [m/s]	$U_A$ [m/s]	$2U_A$	$3U_A$	$\mu(Q)$ [m <sup>3</sup> /s]	$\sigma(Q)$ [m <sup>3</sup> /s]	$U_A$ [m/s]	$2U_A$	$3U_A$					
<b>1</b>	1	0.188	0.055	0.0660	0.132	0.198	0.220	0.009	0.011	0.022	0.033	1.8383675	0.017	0.021	0.042	0.062					
	2	0.235	0.016	0.0189	0.038	0.057															
	3	0.225	0.006	0.0077	0.015	0.023															
<b>2</b>	1	0.340	0.007	0.0090	0.018	0.027	0.384	0.004	0.005	0.011	0.016										
	2	0.376	0.003	0.0043	0.009	0.013															
	3	0.442	0.004	0.0053	0.011	0.016															
<b>3</b>	1	0.364	0.007	0.0092	0.018	0.028	0.382	0.015	0.019	0.038	0.057										
	2	0.345	0.025	0.0328	0.066	0.098															
	3	0.472	0.008	0.0100	0.020	0.030															
<b>4</b>	1	0.343	0.009	0.0106	0.021	0.032	0.422	0.006	0.007	0.014	0.021										
	2	0.416	0.006	0.0078	0.016	0.023															
	3	0.514	0.007	0.0081	0.016	0.024															
<b>5</b>	1	0.378	0.014	0.0169	0.034	0.051	0.432	0.004	0.005	0.010	0.015										
	2	0.414	0.006	0.0066	0.013	0.020															
	3	0.522	0.007	0.0083	0.017	0.025															

<b>n</b>	9	8	7	6	5	4	3	2
<b>k<sub>s</sub></b>	1.2	1.2	1.3	1.3	1.4	1.7	2.3	7

## Standardní nejistota stanoveného průtoku - $U_B$

Zdroje nejistot	$p$ [%]	$\mu(Q)$ [ $m^3/s$ ]	$z_{max}$ [ $m^3/s$ ]	$\Delta z_{max}$ [ $m^3/s$ ]	Předpokládané rozdělení	$\chi$	$u_{B,z}$ [ $m^3/s$ ]	$u_{B,z}^2$
teplota	1	1.838	1.857	0.018	$N(\mu(Q),\sigma(Q))$	3	0.0061	0.0000376
kalibrace přístroje	0.5	1.838	1.848	0.009	$N(\mu(Q),\sigma(Q))$	3	0.0031	0.0000094
chyba na měřidle	5	1.838	1.930	0.092	$N(\mu(Q),\sigma(Q))$	3	0.0306	0.0009388
vychýlení vrtule	0.65	1.838	1.850	0.012	$N(\mu(Q),\sigma(Q))$	3	0.0040	0.0000159
výška vrtule	0.4	1.838	1.846	0.007	$N(\mu(Q),\sigma(Q))$	3	0.0025	0.0000060

$$\Sigma u_{B,z}^2 = 0.001$$

$$u_B = 0.032 \quad m^3/s$$

$$U_{B,z} = \frac{\Delta z_{max}}{\chi}$$

$$U_B = \sqrt{\sum U_{B,z}^2}$$

## Kombinovaná standardní nejistota stanoveného průtoku - $U$

Nejistota typ A	Nejistota typ B	Kombinovaná standardní nejistota
<b>Průtok <math>Q</math></b>		<b>Průtok <math>Q</math></b>
Standardní nejistota	Standardní nejistota	Standardní nejistota
$U_A$ [ $m^3/s$ ]	$U_B$ [ $m^3/s$ ]	$U$ [ $m^3/s$ ]
0.021	0.032	<b>0.038</b>

$$U = \sqrt{U_A^2 + U_B^2}$$